Міністерство освіти і науки України

Національний університет «Львівська політехніка»

Інститут комп’ютерних наук та інформаційних технологій

Кафедра автоматизованих систем управління

Реферат

З дисципліни:

«Основи цифрової обробки сигналів»

на тему:

«Математичні основи теорії фільтрація сигналів»

Виконала:

Ст. гр. КН-410

Дмитрик Зоряна

Прийняв:

Доц. каф. АСУ

Сікора Л. С.

Львів 2019

Вступ

У першій половині ХХ століття при реєстрації та обробці інформації використовувалися, в основному, вимірювальні прилади та пристрої аналогового типу, що працюють у реальному масштабі часу, при цьому навіть для величин, дискретних в силу своєї природи, застосовувалося перетворення дискретних сигналів в аналогову форму. Положення змінилося з поширенням мікропроцесорної техніки та ЕОМ. Цифрова реєстрація та обробка інформації виявилася більш досконалою і точною, більш універсальною, багатофункціональної. Міць і простота цифрової обробки сигналів настільки переважають над аналогової, що перетворення аналогових по природі сигналів в цифрову форму стало виробничим стандартом.

Стан і перспективи розвитку інформаційних технологій на дорозі XXI століття характеризуються становленням і широким практичним використанням техніки цифрової обробки сигналів - однієї із самих динамічних і швидко, що розвиваються технологій, у світі телекомунікацій й інформатизації суспільства. Цифрова обробка сигналів (ЦОС) - це розділ радіотехніки покликаний вирішувати завдання прийому, обробки, скорочення надлишковості й передачі інформації в реальному часі. Методи й техніка ЦОС викликають підвищений інтерес учених і фахівців, що працюють у різних областях, таких як зв'язок і системи керування, радіотехніка й електроніка, акустика й сейсмологія, радіомовлення й телебачення, вимірювальна техніка й приладобудування. Щорічно в усім світі проводяться десятки міжнародних науково-технічних конференцій і семінарів, присвячених рішенню актуальних проблем ЦОС. Видаються численні книги й журнали, що висвітлюють останні досягнення в області теорії й практики обробки цифрових сигналів. Постійно зростає число підприємств, організацій і наукових центрів, що використають у своїх розробках методи й технології ЦОС.

На етапі розвитку (1965-1975 р.) можливості технічної реалізації цифрових фільтрів і спектроаналізаторів у цей період можна охарактеризувати як етап машинного моделювання в реальному часі із застосуванням малих ЕОМ або спеціалізованих пристроїв, побудованих на ІС середнього ступеня інтеграції. Перші цифрові пристрої з позиції сьогоднішніх подань мали низьку ефективність і мали вкрай обмежене застосування, зв'язане, як правило, з військовими технологіями.

На початку 70-х років з'являються перші однокристальні мікропроцесори (МП) - «провісники» нової хвилі комп'ютерної революції. Починається новий етап становлення техніки ЦОС і комп'ютерних технологій. Відкриваються нові можливості й виникають нові проблеми. Саме в цей період формуються чотири основних взаємозалежних напрямки сучасної теорії ЦОС

Перший напрямок — цифрова частотна селекція сигналів, закріплює й систематизує досягнення в області проектування цифрових смугових фільтрів й їхніх наборів. Найбільш оригінальні роботи в цьому напрямку були пов'язані з розвитком теорії багатошвидкісної обробки сигналів на основі ефектів проріджування за часом і по частоті.

Другий напрямок — швидкі алгоритми обробки сигналів, орієнтовано на побудову високошвидкісних алгоритмів ЦОС шляхом виключення «надмірності» операцій перетворення й заміни трудомістких операцій множення операціями додавання й зрушення (численні модифікації алгоритму БПФ і методи теоретико-числових перетворень).

Третій напрямок — адаптивна й оптимальна обробка сигналів, охоплює широкий спектр методів рішення завдань оптимальної фільтрації (фільтри Вінера, Калмана й ін.) і обробки сигналів в умовах апріорної невизначеності про характер досліджуваного динамічного процесу.

Четвертий напрямок — обробка багатомірних сигналів і полів, є природним розвитком обробки одномірних сигналів на випадок багатомірних цифрових систем.

Зазначені напрямки взаємозалежні один з одним, і цей взаємозв'язок базується як на загальній математичній основі, так і на прямому використанні основних положень і методів одних напрямків в інші.

Сучасний етап розвитку методів і техніки обробки сигналів у другій половині 90-х років визначається як новими унікальними можливостями однокристальних многопроцесорних ЦПОС (TMS320C80), так і застосуванням архітектурно перепрограмувальних ЦОС на базі програмувальних логічних інтегральних схем (ПЛІС). Маючи до 1 млн логічних вентилів на кристалі й працюючи на внутрішній тактовій частоті до декількох сотень мегагерц. Нова концепція побудови системи ЦОС базується на широкому використанні потенційних можливостей ПЛІС і методиці оптимального проектування, що гарантує досяжність заданих показників якості при мінімальних апаратних витратах.

Цифрова обробка сигналів - це арифметична обробка в реальному масштабі часу послідовності значень амплітуди сигналу, які визначаються через рівні проміжки часу. До цифрової обробки відноситься:

* посилення, обмеження або трансформація сигналу;
* обчислення значень кореляційної функції двох сигналів;
* згортка двох сигналів;
* фільтрація сигналу;
* пряме / зворотне перетворення Фур'є перетворення.

На сьогоднішній день використовується цілий ряд фільтрів, в залежності від типу вхідного сигналу, апаратної реалізації, математичної реалізації та багато інших.

**Цифрові фільтри**

Під цифровим фільтром (ЦФ) розуміють дискретну систему, описувану рівнянням виду:



і реалізовану програмним шляхом на цифровій ЕОМ чи апаратним шляхом у виді спеціалізованого цифрового обчислювального пристрою; останній являє собою сукупність ряду операційних пристроїв – регістрів, суматорів, перемножувачів, пристроїв керування.

У даному рівнянні х(пТ) і y(пТ) – n-і відліки вхідного {х(пТ)} і вихідного {у(пТ)} сигналів фільтра; коефіцієнти am і bk являють собою константи або відліки ґратчастих функцій, що залежать лише від n.

Сигнали {х(пТ)} і {у(пТ)} можуть бути як дійсними, так і комплексними. Як правило ґратчасту функцію {у(пТ)} потрібно визначити при n ≥ 0. Якщо відомі коефіцієнти am і bk, відліки вхідного сигналу {х(пТ)} при n ≥ 0, початкові умови (значення y(-T), y(-2T),…,y(-(M-1)T))) і значення x(-T), x(-2T),…,x(-(N-1)T), то, використовуючи (1), можна визначити значення відліків у(пТ) для будь-якого n ≥ 0.

Вхідний х(пТ) і вихідний сигнал у(пТ) ЦФ є цифровими, тобто послідовностями чисел. Кожне з цих чисел представляється у виді двійкового коду, і в цифровому фільтрі відповідно до алгоритмів виконуються операції пересилання, додавання, множення кодів.

Як і всі фільтри цифрові фільтри підрозділяють на фільтри низьких частот, фільтри високих частот, смугові і режекторні фільтри, амплітудні і фазові фільтри-коректори, гребінчасті фільтри й ін. Перші чотири типи фільтрів називають основними чи базовими типами фільтрів. По своїй конструкції цифрові фільтри прийнято поділяти на два класи: нерекурсивні фільтри (НФ) і рекурсивні фільтри (РФ). Помітимо, що також використовується інша класифікація цифрових фільтрів: виділяються фільтри з кінцевою імпульсною характеристикою (КІХ-фільтри) і фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою (НІХ-фільтри). При цьому будь-який реальний нерекурсивний фільтр являє собою НІХ-фільтр; рекурсивний фільтр в основному являє собою НІХ-фильтр.

Фільтром з кінцевою імпульсною характеристикою називають фільтр, у якого імпульсна характеристика являє собою кінцевий дискретний сигнал (N-точковий дискретний сигнал), тобто може приймати відмінні від нуля значення лише при n = 0, 1,…,N-1...

Фільтром з нескінченною імпульсною характеристикою називають фільтр, у якого імпульсна характеристика може приймати відмінні від нуля значення на нескінченній безлічі значень n = 0, 1,…

**Методика синтезу цифрових фільтрів**

При проектуванні цифрових фільтрів використовуються такі критерії, що визначають реалізаційні характеристики, і критерії якості обробки, які в свою чергу визначають характеристики фільтра, що впливають на якість обробки.

Реалізаційні критерії визначають вимоги до елементів апаратної або програмної реалізації фільтра: число операцій додавання або множення, число осередків оперативної або постійної пам'яті й т.д.

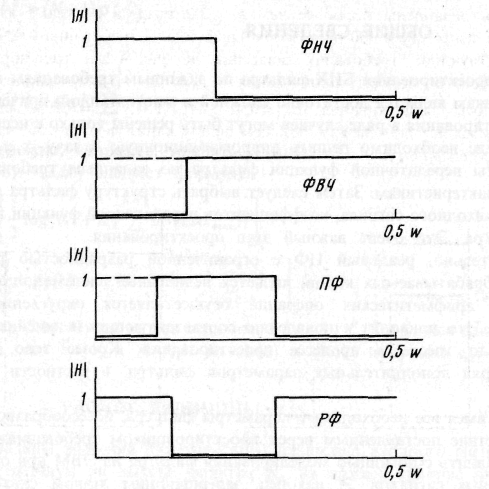
Критерії якості обробки визначають вимоги до основних характеристик фільтра (АЧХ, ФЧХ, ГВЗ, імпульсній характеристиці), що впливає на якість обробки.

При заданні вимог до характеристик фільтра, що визначає якість обробки, часто обмежуються завданням вимог до АЧХ фільтра. Крім того, додатково можуть бути задані вимоги до інших характеристик фільтра, що впливає на якість обробки.

Вибірковий фільтр служить для виділення частотних складових вхідного сигналу, розташованих у смузі пропускання фільтра, і подавлення частотних складових, розташованих у смузі затримки. У залежності від того, яким чином зазначені смуги розташовані відносно один одного на частотній осі, розрізняють наступні типи фільтрів: нижніх частот (ФНЧ), верхніх частот (ФВЧ), смугові (СФ) і режекторні (РФ). На рисунку 2 приведені ідеалізовані амплітудно-частотні характеристики відповідних фільтрів.

Природно, що фільтри з такими характеристиками побудувати неможливо, до ідеалізованих характеристик можна тільки наблизитися. На етапі рішення задачі апроксимації визначають передаточну функцію H(z) фільтра, що відтворювала б задану АЧХ A(w) з необхідною точністю. Звідси випливає, що в якості вихідних даних для рішення задачі апроксимації повинні бути задані допуски на максимальне значення нерівномірності АЧХ у смузі пропускання (ΔAп) і максимальне відхилення АЧХ від нуля в смузі затримки (ΔАз).

Таким чином, вихідними даними для рішення задачі апроксимації є граничні частоти смуг пропускання і затримування, а також величини ΔAп і ΔАз.



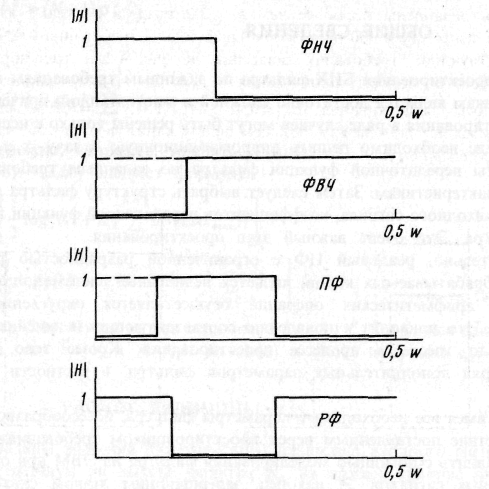
****

Рисунок 1. Ідеалізовані амплітудно-частотні характеристики фільтрів.

Необхідно відзначити, що зазначені параметри (граничні частоти і ΔAп, ΔАз) є основними при постановці задачі апроксимації і часто доповнюються деякими більш окремими вимогами. Наприклад, у ряді випадків потрібно забезпечити монотонність АЧХ (загасання) у смузі пропускання. Можуть також задаватися вимоги до припустимого відхилення фазочастотної характеристики від заданої (наприклад, лінійної). Нарешті, можуть задаватися вимоги і до реалізаційних параметрів розроблювального фільтра. Усі ці вимоги так чи інакше впливають на формулювання і рішення задачі апроксимації.

**Цифрові фільтри з кінцевими імпульсними характеристиками**

Фільтром з кінцевою імпульсною характеристикою (КІХ-фільтром) є такий фільтр, у якого імпульсна характеристика h(n)=0 для значень n<N1 та n>N2, де N2 і N1 – деякі цілі константи кінцевого значення. Для фільтрів, що фізично реалізуються, константа N1=0. КІХ-фільтри досить широко застосовуються на практиці, бо мають такі властивості:

Для фільтрів, що фізично реалізуються, константа N1=0. КІХ-фільтри досить широко застосовуються на практиці, бо мають такі властивості:

легко ситезувати фільтр з лінійною фазовою характеристикою.

побудова схеми фільтра може бути як не рекурсивного так і рекурсивного типу.

КІХ-фільтри, що реалізуються за не рекурсивною схемою завжди стійкі.

**Недоліки КІХ-фільтрів:**

Точна апроксимація частотної характеристики фільтра з гострими зрізами потребує імпульсної характеристики з великим значенням числа відліків;

Затримка у КІХ-фільтрах з лінійно-фазовою характеристикою не завжди дорівнює цілому числу інтервалів дискретизації, що на практиці може викликати деякі труднощі.

**Метод частотної вибірки**

КІХ-фільтр може бути однозначно заданий як відліками (коефіцієнтами) імпульсної характеристики , так і коефіцієнтами дискретного перетворення Фур'є (ДПФ)  імпульсної характеристики. Обидві послідовності пов'язані співвідношеннями:

прямим ДПФ:

, 

оберненим ДПФ:

, 

Крім того, відомо, що коефіцієнти  ДПФ КІХ-послідовності можна розглянути як значення Z-перетворення імпульсної характеристики фільтра, знайдене у N рівностоячих точках на одиничному колі, тобто:

, 

Таким чином, виконуючи підстановку у вираз для Z-перетворення, маємо:



Змінюючи порядок підсумування і підсумовуючи по n, отримаємо:

****

Цей вираз і є системною функцією синтезованого ЦФ.

З попереднього співвідношення випливає, що для апроксимації будь-якої безперервної частотної характеристики слід виконати її дискретизацію по частоті у N рівновіддалених точках на поодинокому колі (взяти частотну вибірку ) і знайти, системну функцію фільтра , інтерполюючи відліки частотної характеристики. В цьому випадку помилка апроксимації буде дорівнювати нулю на частотах, де береться вибірка, та має кінцеву величину у проміжних точках. Чим більш гладка апроксимована частотна характеристика, тим меншою буде помилка апроксимації між частотними відліками.

Відліки  частотної характеристики є комплексними величинами, їх модуль дорівнює значенню:

 а фаза є: , 

де стала  має зміст групової затримки в розповсюдженні сигналу:



Тоді для випадку непарного N,  може мати значення:



Таким чином, для непарного N маємо фазу відліків:



При: , , , вираз для системної функції набуде вигляду:



де ; 

Аналогічні викладки для системної функції можна навести і для випадку парного N. Як бачимо з попереднього виразу, при використанні методу частотної вибірки достатньо взяти відліки АЧХ лише на частотах .

Побудова структурної схеми фільтра за наведеним виразом, потребує блоків множень тільки з дійсними (не комплексними) значеннями коефіцієнтів.

**Математичний опис цифрових фільтрів**

Цифрові системи – це системи із цифровими сигналами на вході й виході. Фільтр – це система або мережа, що вибірково міняє форму сигналу (амплітудно-частотну або фазочастотну характеристику). Основними цілями фільтрації є поліпшення якості сигналу (наприклад, усунення або зниження перешкод).

Цифрові фільтри розділяються на два класи: фільтри з нескінченною імпульсною характеристикою рекурсивні (IIR) і фільтри з кінцевою імпульсною характеристикою нерекурсивні (FIR).

Вихідний сигнал не рекурсивного цифрового фільтра залежить виключно від коефіцієнтів фільтра та попередніх значень квантованого вхідного сигналу:

,

де ак – вагові коефіцієнти НЦФ,

 – вхідний дискретизований сигнал, поданий у відліках k;

N – порядок фільтра.

Передавальна функція нерекурсивного фільтра визначається як відношення періодичних вхідного й вихідного сигналів:



Сприймаючи коефіцієнти фільтра ак як вибірки залежної від часу функції a(t) у моменти часу k∙Ta, згідно (1.2) можна зробити висновок, що (1.2) є рівнянням трансформації Фур'є для дискретного неперіодичного сигналу.

Для парної функції фільтра, коли ak = a−k, передавальна функція буде дійсною й має такий вигляд (для N = 2):



\У загальному випадку:



Якщо ak = −ak, a0 = 0, то передавальна функція для непрямої функції фільтра:



Передавальна функція FIR – фільтра в z-зображеннях:



У рекурсивному цифровому фільтрі (РЦФ) у вихідний сигнал додатково до вхідного входять попередні значення вихідного сигналу:

,

де ,  – коефіцієнти фільтра;

 і  – вхідний і вихідний сигнали, представлені в відліках k;

N і M – кількість коефіцієнтів вхідного й вихідного сигналів, більше із чисел N або M вказує на порядок фільтра.

При синтезі рекурсивного ЦФ, як правило, за основу беруть відповідний аналоговий фільтр. У результаті стає відомою передавальна функція РЦФ в z-площині, з якої можна одержати коефіцієнти цифрового фільтра.

Передавальну функцію фільтра одержують шляхом застосування z-перетворення до різницевого рівняння (1.6):



**Структурна реалізація цифрових фільтрів**

Етап вибору типу структури цифрових фільтрів включає перетворення даної передавальної функції *H(z)* на відповідну структуру. Для зображення структури фільтра часто використовуються блок-схеми або функціональні схеми, на яких для полегшення реалізації цифрового фільтра зображується хід обчислень. Використання тієї чи іншої структури залежить від типу фільтра – IIR або FIR.

Для FIR-фільтрів використовуються три структури – пряма, каскадна й паралельна форми. Пряма форма – це безпосереднє подання передавальної функції FIR-фільтра. У каскадній формі передавальна функція FIR-фільтра факторизуєтся і виражається як добуток ланок другого порядку. У паралельній формі *H(z)* розкладається (з використанням елементарних дробів) на суму ланок другого порядку.

При розробленні FIR-фільтрів найбільш широко використовуються паралельна і каскадна структури, оскільки вони забезпечують найбільш прості алгоритми фільтрації і менш чутливі до ефектів реалізації з використанням кінцевого числа бітів, ніж фільтри із прямою структурою.

Для IIR-фільтрів, навпаки, найбільш придатна пряма структура, оскільки її найпростіше реалізувати. У такій формі IIR-фільтр іноді називається лінією затримки з відводами(tapped delay line) або трансверсальним фільтром. Крім того, ще використовуються дві інші структури: структура частотної вибірки і схема швидкого згортання*.*

Порівняно із трансверсальною структурою, реалізація за схемою частотної вибірки може бути більш ефективною, оскільки вона вимагає розрахунку меншого числа коефіцієнтів. Однак її не так просто реалізувати, і вона може вимагати більше пам'яті. При швидкому згортанні використовуються обчислювальні переваги швидкого перетворення Фур'є, і воно зручне у ситуаціях, коли додатково потрібно обчислити спектр сигналу.

**Цифрові нерекурсивні фільтри**

Під проектуванням (або синтезом) цифрового фільтра розуміють вибір таких наборів коефіцієнтів , при яких характеристики фільтра задовольняють заданим вимогам.

Для розрахунку частотно-вибіркових фільтрів (ФНЧ, ФВЧ, СФ, РФ) спочатку визначають коефіцієнти ФНЧ. Це можна виконати, якщо апроксимація бажаної передавальної функції виконується за методом найменших квадратів, де інтеграл за квадратичними різницями повинен мати мінімальне значення. Для визначення коефіцієнтів необхідно виконати ряд дій:

1. Бажана передавальна функція Gw(jщ) з граничною частотою щg є передавальною функцією ідеального фільтра низької частоти.



1. Оскільки передавальна функція цифрового фільтра є дискретною трансформацією Фур'є, то вона завжди періодична:



1. Передавальна функція отриманого фільтра Gd(jщ) визначається як ряд Фур'є, отже, вона буде тим краще апроксимувати бажану передавальну функцію Gw(jщ), чим більше коефіцієнтів буде входити до ряду. Однак, оскільки число коефіцієнтів фільтра повинне бути скінченим, ряд Фур'є десь обривається, з'являється різниця між Gw(jщ) і Gd(jщ).
2. Метод найменших квадратів є критерієм апроксимації (r – ураховує число періодів):



1. Помилка апроксимації мінімальна, якщо вагові коефіцієнти ak фільтра є коефіцієнтами Фур'є:



де: fg – гранична частота;

2рf = щ – циклічна частота;

fa – частота дискретизації.

Коефіцієнт фільтра ak залежить від відношення граничної частоти до частоти дискретизації.

Якщо у фільтрі змінюється частота дискретизації, то змінюється й гранична частота. При визначенні параметрів фільтра використовується гранична циклічна частота:



Таким чином, коефіцієнт НЦФ



**Цифрові рекурсивні фільтри**

Відомі три класи методів розрахунку передавальних функцій рекурсивних цифрових фільтрів (РЦФ):

* методи перетворення аналогових фільтрів на цифрові (методи білінійного перетворення, інваріантості імпульсної характеристики, узгодженого Z-перетворення),
* прямі методи розрахунку РЦФ у z-площині;
* методи, що використовують алгоритми оптимізації.

Для розрахунку частотно-вибірних РЦФ (ФНЧ, ФВЧ, смугових, режекторних) найбільш простим і широко використовуваним є метод білінійного перетворення передавальної функції Н(s) аналогового фільтра-прототипу на відповідну передавальну функцію H(z) РЦФ.

При синтезі цифрового фільтра за аналоговим прототипом необхідно реалізувати перехід з s- в z-область, тобто перетворити передавальну функцію аналогового фільтра H(s) на передавальну функцію дискретного фільтра H(z). Дискретний фільтр не може бути повністю ідентичним аналоговому за своїми характеристиками, тому що частотні характеристики дискретного фільтра є періодичними. Можна говорити тільки про певну відповідність характеристик аналогового й дискретного фільтрів.

Білінійне перетворення являє собою конформне відображення точок s-площини в точки z-площини та реалізується заміною виду:

,

де – постійний множник, значення якого не змінює форму перетворення.

Перетворення передавальної функції H(s) аналогового фільтра-прототипу у передавальну функцію Н(z) РЦФ:



Для одержання дискретного фільтра із заданими частотами зрізу необхідно скоригувати частоти зрізу Ωзр аналогового прототипу, щоб компенсувати перекручування частотної осі. Співвідношення між аналоговими Ω і цифровими частотами  визначається рівнянням:

,

де  – нормована цифрова частота,

 – частота дискретизації, Гц;

Тд – період дискретизації, с.

Характеристики цифрових фільтрів:

Частотною характеристикою цифрового фільтра називається відношення перетворення Фур'є вихідної послідовності до перетворення Фур'є вхідної послідовності при нульових початкових умовах:



Загальна формула для частотної характеристики РЦФ:



Амплітудно-частотна характеристика РЦФ:



Фазочастотна характеристика РЦФ:



**Висновки**

Терміном цифровий фільтр називають апаратну або програмну реалізацію математичного алгоритму, входом якого є цифровий сигнал, а виходом – інший цифровий сигнал, форма якого і/або амплітудна та фазова характеристики спеціальним чином модифіковані.

В аналогових системах під фільтром розуміють деякий лінійний пристрій зі специальною частотною характеристикою https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image001.png, яке перетворює вхідний сигнал https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image003.png у вихідний https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image005.png(рис. 7.8), придушуючи або, навпаки, підсилюючи при цьому певні частоти в спектрі вхідного сигналу. Вихідний сигнал https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image007.pngзнаходиться як згортка вхідного сигналу https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image003.pngі імпульсної характеристики фільтра https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image008.png:

https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/1.jpghttps://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image003.png

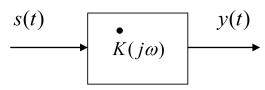


Рисунок 2. Цифровий фільтр

За аналогією з аналоговим фільтром, цифровий фільтр (ЦФ, digital filter) перетворює послідовність відліків вхідного сигналуhttps://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image014.png у числову послідовність вихідного сигналу https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image016.png. Для ЦФ також вводять поняття імпульсної характеристики https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image018.png, що є реакцією ЦФ на «одиничний імпульс (скачок)» тобто

https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image020.png

Імпульсну характеристику (pulse response characteristic) https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image018.png ЦФ можна трактувати як результат дискретизації безперервної імпульсної характеристики https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image008.png відповідного аналогового фільтра- прототипу (рис. 1.9).

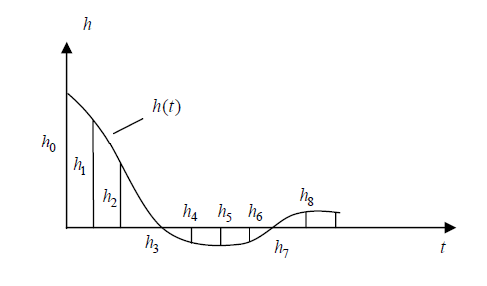


Рисунок 3. Дискретизація імпульсної характеристики

Якщо взяти кінцеве число відліків https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image008.png, тоді отримаємо ЦФ із *кінцево-імпульсною характеристикою* (КІХ-фільтр, finite impulse response filtering). Якщо взяти нескінченне число відліків https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image008.png, отримаємо ЦФ із *безкінечно-імпульсною характеристикою* (БІХ-фільтр, infinite impulse response filtering).

Під фільтром зазвичай розуміють систему, що одні частоти пропускає, а інші затримує. Однак у техніці цифрової обробки сигналів поняття фільтра трактується більш широко. *Дискретним фільтром* називають довільну систему обробки дискретного сигналу, що має властивості лінійності й стаціонарності. Існують також фільтри зі змінними параметрами, наприклад, *адаптивні фільтри*, що змінюють свої параметри залежно від статистичних властивостей вхідного сигналу.

У загальному випадку, фільтр змінює в спектрі сигналу і амплітуди гармонік, і їх фази. Однак фільтри можна проектувати так, щоб вони не змінювали фазу сигналу. Такі фільтри називаються *фільтрами з лінійною фазою*. Це означає, що якщо вони і змінюють фазу сигналу, то роблять це так, що всі гармоніки сигналу зсуваються за часом на одну й ту ж величину. Таким чином, фільтри з лінійною фазою не спотворюють фазу сигналу, а лише зсувають весь сигнал в часі. Ядро згортки такого фільтра симетричне щодо своєї центральної точки.

Основна властивість будь-якого фільтру – це його частотна і фазова характеристики. Вони показують, як фільтр впливає на амплітуду і фазу різних гармонік оброблюваного сигналу. Якщо фільтр має лінійну фазу, то розглядається лише частотна характеристика фільтру. Зазвичай частотна характеристика зображується у вигляді графіка залежності амплітуди від частоти (в децибелах). Наприклад, якщо фільтр пропускає всі сигнали в смузі 0 ... 10 кГц без зміни, а всі сигнали в смузі вище 10 кГц подавляє в 2 рази (на 6 дБ), то частотна характеристика буде мати такий вигляд:

https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image024.png.

Частотна характеристика в 0 дБ показує, що дані частоти фільтр пропускає без зміни. Ті частоти, амплітуда яких послаблюється фільтром в 2 рази, повинні мати амплітуду на 6 дБ менше. Тому їх амплітуда становить -6 дБ. Якщо фільтр посилює частоти, то його частотна характеристика на цих частотах є позитивною.

Вихідний сигнал *y(k)* фільтра, що має нетривіальну частотну характеристикою, залежить від декількох відліків вхідного сигналу *x(k)*. У загальному випадку при обчисленні вихідного відліку використовується також деяка кількість попередніх відліків вихідного сигналу. Для фільтрів, що не використовують вихідні відліки, рівняння фільтрації має вигляд

https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp%27yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t2/17._src/17._image026.png

Такі фільтри називаються *не рекурсивними*(nonrecursive filter)або трансверсальними. Кількість відліків *m* називається порядком фільтра. Структурна схема нерекурсивного фільтра показана на рис.1.10. Імпульсна характеристика нерекурсивного фільтра визначається його коефіцієнтами *h(k) = bk*. Так як в реальному пристрої кількість ліній затримки обмежено, а отже, і кількість коефіцієнтів, нерекурсивні фільтри відносять до класу КІХ-фільтрів.

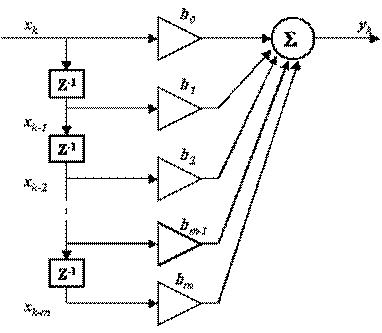
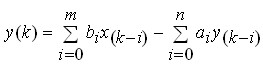


Рисунок 4. Нерекурсивний фільтр

Фільтр, у якому також використовуються і вихідні відліки, називається *рекурсивним* (recursive filter) (рис.1.11). Рівняння рекурсивного фільтра має вигляд



Наявність у схемі рекурсивного фільтра зворотних зв'язків дозволяє одержати безкінченну імпульсну характеристику, тому такі фільтри належать до класу БІХ-фільтрів. Проте такі фільтри при деяких умовах можуть бути нестійкими.

Під проектуванням (синтезом) цифрового фільтра розуміють вибір таких наборів його коефіцієнтів *{ai}* і *{bi}*, які задовольняють заданим вимогам. У завдання проектування входить також і вибір потрібної структури фільтра з урахуванням необхідної точності обчислень.

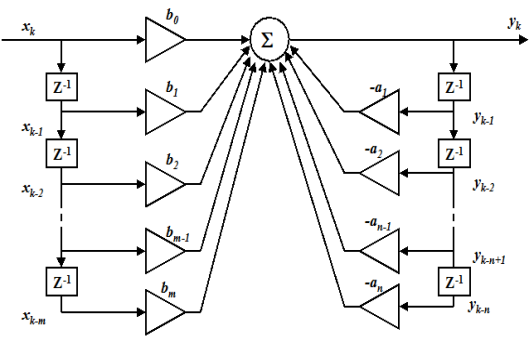


Рисунок 5. Рекурсивний фільтр

У проектуванні та реалізації цифрових фільтрів застосовується безліч різноманітних підходів і методів, вибір яких залежить від багатьох факторів, зокрема – від того, як формулюється завдання фільтрації.

Найчастіше цифрова фільтрація застосовується для виділення сигналу або для відновлення сигналу. Виділення "корисного" сигналу необхідно, коли сигнал, що надходить у систему із зовнішнього середовища, змішаний із шумами, викликаними різноманітними фізичними процесами, що мають, як правило, випадковий характер. Відновлення сигналу необхідно через можливі спотворення сигналу, викликані роботою апаратури.

У зв'язку з тим, що теорія апроксимації ідеальних АЧХ аналоговими засобами добре розвинена, широке поширення одержали методи синтезу цифрових фільтрів по аналогових прототипах.

У прямих методах синтезу без використання аналогових прототипів часто використовується той факт, що ДПФ можна трактувати як обробку сигналу фільтром з відповідною імпульсною характеристикою.

Оскільки ДПФ лінійної згортки дорівнює добутку ДПФ послідовностей, що звертаються, алгоритм фільтрації в частотній області полягає в наступному:

* Послідовність відліків вхідного сигналу та імпульсна характеристика фільтра доповнюються нулями так, щоб довжини послідовностей стали рівними і не меншими, ніж сума довжин вихідних послідовностей мінус одиниця.
* Обчислюються ДПФ доповнених нулями послідовностей.
* Обчислені ДПФ поелементно перемножуються
* Обчислюється обернене ДПФ від результату перемножування.

Для підвищення ефективності фільтрація здійснюється в частотній області з використанням ШПФ.

При проектуванні цифрових фільтрів один із ключових моментів пов'язаний з особливостями технічної реалізації і рядом обмежень, обумовлених розрядністю цифрових обчислювальних пристроїв:

* шум квантування, що виникає при аналого-цифровому перетворенні;
* спотворення характеристик, що відбуваються при квантуванні коефіцієнтів цифрових фільтрів;
* переповнення розрядної сітки в процесі обчислень;
* округлення проміжних результатів обчислень.

Тому при проектуванні цифрових фільтрів важливо правильно вибрати способи й формати подання чисел (дійсні або комплексні числа, з фіксованою або плаваючою крапкою тощо), динамічний діапазон подання даних, обумовлений розрядністю регістрів устаткування, а також оцінити можливий вплив шумів і спотворень.

**Список використаної літератури**

1. Бабак В.П. та ін. Обробка сигналів: Підручник /В.П. Бабак, В.С. Хандецький, Е. Шрюфер. - К.: Либідь, 1996. - 392с.
2. Гольденберг Л.М. й ін. Цифрова обробка сигналів: Учб. посібник для вузів /Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, Н.М. Поляк. - 2-вид., перероб. і доп. - М.: Радіо й зв'язок, 1990. - 256с.
3. Комп’ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Частина 2 : навчальний посібник / Квєтний Р. Н., Богач І. В., Бойко О. Р., Софина О. Ю., Шушура О.М.; за заг. ред. Р.Н. Квєтного. – Вінниця: ВНТУ, 2012. – 230 с.